

第1編

数の推理

数的推理は、いわゆる「中学受験における算数」と「高校受験における数学」の問題がその多くを占めている。したがって、方程式や不等式を用いて解く問題も多い。

POINT

1. 方程式の基本的な立て方を確認する。
2. 連立方程式の利用法について確認する。
3. 不等式を利用する問題の解法をマスターする。
4. 2次方程式の解法について確認する。

1

基本的な方程式



方程式を立てて問題を解く際に重要なのは、「**どの量を文字でおくのか**」という点に特に注意しなければならないことである。

方程式の立て方

【どの量を文字でおくのか？】

→ 未知の量のうち、立式および計算が行いやすい量を文字でおく。

また、基本的な方程式の解き方も確認しておこう。

方程式の解き方

【1次方程式の解き方】

- ① 方程式にかっこが含まれていれば、左辺・右辺ともにかっこをはずす。
- ② 係数に分数が含まれている場合、両辺に分母の最小公倍数をかけて**係数を整数**にしておく。
- ③ 文字を含む項を左辺に、定数項を右辺に**移項**する。
- ④ 両辺をそれぞれ計算して、「文字を含む単項式＝定数」の形にする。
- ⑤ 文字に掛かっている係数で両辺を割る。

【連立方程式の解き方】

- ① **加減法** → 2つの方程式の辺々を足したり引いたりすることで、一方の文字を消去する。
- ② **代入法** → 一方の方程式を「 $x=\sim$ 」や「 $y=\sim$ 」の形に変形し、他方の方程式に代入する。

基本例題 1-1

CHECK ☐ ☐ ☐

ある会議に出席する予定の男女 50 人が昼食の弁当を注文した状況について調べたところ、次のア～ウのことが分かった。

- ア 和風弁当を注文した女性の人数は、洋風弁当を注文した女性の人数の 3 倍であった。
- イ 洋風弁当を注文した男性の人数は、洋風弁当を注文した女性の人数より 4 人多かった。
- ウ 和風弁当を注文した男性の人数と、洋風弁当を注文した男性の人数は同じであった。

以上から判断して、洋風弁当を注文した女性の人数として正しいのはどれか。ただし、出席予定者は、和風弁当または洋風弁当のうちいずれか一つを選ぶことができ、すべての出席予定者が弁当を注文した。

- 1. 5 人
- 2. 6 人
- 3. 7 人
- 4. 8 人
- 5. 9 人

— 解法のコンセプト —

手順1 条件文から、たがいに等しい量を把握する。

条件アおよびイから、「洋風弁当を注文した女性の人数」を基準とすれば、「和風弁当を注文した女性の人数」および「洋風弁当を注文した男性の人数」を表現できることがわかる。

手順2 必要な値を文字でおき、方程式を立てる。

もちろん、「洋風弁当を注文した女性の人数」を x とおく。

解説

洋風弁当を注文した女性の人数を x 人とする、条件アより、和風弁当を注文した女性の人数は $3x$ 人となる。また、条件イより、洋風弁当を注文した男性の人数は $(x+4)$ 人となる。したがって、条件ウより、和風弁当を注文した男性の人数も $(x+4)$ 人となるので、合計が 50 人であることから、

$$x + 3x + (x+4) + (x+4) = 50 \quad \therefore x = 7 \text{ (人)}$$

よって、洋風弁当を注文した女性の人数は 7 人である。

正答 3

基本例題 1-2

CHECK ☐ ☐ ☐

ある4人家族の父、母、姉、弟の年齢について、今年の元日に調べたところ、次のA～Dのことが分かった。

- A 姉は弟より4歳年上であった。
- B 父の年齢は姉の年齢の3倍であった。
- C 5年前の元日には、母の年齢は弟の年齢の5倍であった。
- D 2年後の元日には、父と母の年齢の和は、姉と弟の年齢の和の3倍になる。

以上から判断して、今年の元日における4人の年齢の合計として、正しいのはどれか。

- 1. 116 歳
- 2. 121 歳
- 3. 126 歳
- 4. 131 歳
- 5. 136 歳

— 解法のコンセプト —

手順1 未知数を文字でおけばよいが、あまり文字数が多くなりすぎないようにする。

条件Aより、今年の弟の年齢を x 歳とすれば、姉の年齢は $(x+4)$ 歳と表すことができる。同様に、条件Bより、父の年齢は $3(x+4)$ 歳となる。一方、母の年齢は y 歳とおくしかない。

手順2 文字が2種類であるので、方程式を2本立てる。

条件Cおよび条件Dから、それぞれ方程式を立てる。

解説

今年の元日における父、姉、弟の年齢を考えると、弟の年齢を x 歳とすれば、条件Aより姉の年齢は $(x+4)$ 歳となり、条件Bより父の年齢は $3(x+4)$ 歳となる。また、今年の元日における母の年齢を y 歳とすると、5年前の元日における母の年齢は $(y-5)$ 歳、弟の年齢は $(x-5)$ 歳である。同様に、2年後の元日における4人の年齢は、父が $\{3(x+4)+2\}$ 歳、母が $(y+2)$ 歳、姉が $(x+6)$ 歳、弟が $(x+2)$ 歳となる。

以上のことから、条件Cおよび条件Dをもとにして連立方程式を立てると、次のようになる。

$$\begin{cases} y-5=5(x-5) \\ 3(x+4)+2+(y+2)=3(x+6+x+2) \end{cases}$$

この連立方程式を解くと、 $x=14$ 、 $y=50$ となる。したがって、今年の元日における4人の年齢の合計は、

$$3(x+4)+y+(x+4)+x=5x+y+16=136(\text{歳})$$

正答 5

重要 未知数を文字でおく場合、文字の種類が多くなりすぎないように工夫すると解きやすい。

基本例題 1-3

CHECK ☐ ☐ ☐

ある家では、ペットボトルの天然水を毎月8本消費する。従来はすべてスーパーで購入していたが、通信販売で6本入りケースを購入すると、1本当たり価格はスーパーの半額であり、別途、1回の配送につき、ケース数にかかわらず一律の配送料金がかかることが分かった。また、毎月、通信販売で1ケースを、スーパーで残り2本を購入すると月ごとの経費は従来より300円安くなり、3か月間に2回、通信販売で2ケースずつ購入すると月ごとの平均経費は従来より680円安くなることが分かった。このとき、スーパーでの1本当たり価格はいくらか。

1. 160円
2. 180円
3. 200円
4. 220円
5. 240円

— 解法のコンセプト —

手順1 未知数がなんであるかを把握する。

この問題では、「スーパーにおける1本当たり価格」、「通信販売における1本当たり価格」、「通信販売における配送料」の3つが未知数であると考えることができる。

手順2 「月ごとの経費」に関する方程式を立てる。

通信販売で「3か月に2回2ケースずつ購入する場合」の月ごとの経費に注意する。

解説

スーパーにおける1本当たり価格を x 円とすると、通信販売で購入する場合の1本当たり価格は $\frac{x}{2}$ 円である。また、通信販売における1回の配送料を y 円とすると、

$$\left(\frac{x}{2} \times 6 + y + 2x\right) = 8x - 300 \quad \rightarrow \quad y = 3x - 300$$

$$\left(\frac{x}{2} \times 12 \times 2 + 2y\right) \div 3 = 8x - 680 \quad \rightarrow \quad \frac{2}{3}y = 4x - 680$$

これらの方程式を解くと、 $x=240$ (円)、 $y=420$ (円)となる。

正答 5

重要 「1本当たり」や「1か月あたり」という表現には特に注意する。