第７問解答（統計学）

問題 1

(1) $\boxed{\text{(ア) ラスパイレス}}$, $\boxed{\text{(イ) パーシェ}}$, $\boxed{\text{(ウ) 比較}}$, $\boxed{\text{(エ) 基準}}$

$\boxed{\text{(オ) 比較}}$, $\boxed{\text{(カ) 基準}}$

$\boxed{(1)\quad \dfrac{\sum_{i=1}^{n} p_{it}q_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0}q_{i0}}}$, $\boxed{(2)\quad \dfrac{p_{i0}q_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0}q_{i0}}}$, $\boxed{(3)\quad \dfrac{\sum_{i=1}^{n} p_{it}q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0}q_{it}}}$, $\boxed{(4)\quad \dfrac{p_{it}q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{it}q_{it}}}$

(2) $\boxed{\text{ア}}$ 価格指数 $= \dfrac{130 \times 100 + 150 \times 200}{120 \times 100 + 100 \times 200} = \boxed{1.34}$

$\boxed{\text{イ}}$ 価格指数 $= \dfrac{130 \times 200 + 150 \times 100}{120 \times 200 + 100 \times 100} = \boxed{1.21}$

第 7 問解答（統計学）

$\boxed{\text{問題 2}}$

同時確率と周辺確率

$X \diagdown Y$	0	1	2	周辺
0	0	k	$2k$	$3k$
1	k	$2k$	$3k$	$6k$
2	$2k$	k	$4k$	$7k$
周辺	$3k$	$4k$	$9k$	1

条件付き確率

	0	1	2
$\Pr(Y=y \mid X=1)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$
$\Pr(Y=y \mid X=2)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{7}$

(1) $k = \boxed{\dfrac{1}{16}}$

(2) $\mathrm{E}(XY) = 0 \times 6k + 1 \times 2k + 2 \times 4k + 4 \times 4k = 26k$

$\mathrm{E}(X) = 0 \times 3k + 1 \times 6k + 2 \times 7k = 20k, \quad \mathrm{E}(Y) = 0 \times 3k + 1 \times 4k + 2 \times 9k = 22k$

$\therefore \mathrm{Cov}(X,Y) = \mathrm{E}(XY) - \mathrm{E}(X)\mathrm{E}(Y) = 26k - 440k^2 = \boxed{-\dfrac{3}{32}}$

(3) $\mathrm{E}(Y \mid X=2) = 0 \times \dfrac{2}{7} + 1 \times \dfrac{1}{7} + 2 \times \dfrac{4}{7} = \boxed{\dfrac{9}{7}}$

(4) $\mathrm{E}(Y \mid X=1) = 0 \times \dfrac{1}{6} + 1 \times \dfrac{2}{6} + 2 \times \dfrac{3}{6} = \dfrac{4}{3}$

$\mathrm{E}(Y^2 \mid X=1) = 0 \times \dfrac{1}{6} + 1 \times \dfrac{2}{6} + 4 \times \dfrac{3}{6} = \dfrac{7}{3}$

$\therefore \mathrm{V}(Y \mid X=1) = \mathrm{E}(Y^2 \mid X=1) - \{\mathrm{E}(Y \mid X=1)\}^2 = \dfrac{7}{3} - \left(\dfrac{4}{3}\right)^2 = \boxed{\dfrac{5}{9}}$

第 7 問解答（統計学）

問題 3

(1) $\boxed{\text{ア}} = \dfrac{700 \times 162 + 3200 \times 253 + 2000 \times 298 + 2500 \times 327}{8400} = \boxed{278}$

$\boxed{\text{イ}} = \dfrac{4400 \times 309 - (250 \times 182 + 1050 \times 287 + 1200 \times 314)}{1900} = \boxed{335}$

(2) 平均消費支出 $= \dfrac{2000 \times 298 - 1200 \times 314}{2000 - 1200} = \boxed{274}$

(3) 世帯人員の平均 $= \boxed{2.90}$

（ 平均の計算の詳細 ）

調査世帯の総人員 $= 1 \times 700 + 2 \times 3200 + 3 \times 2000 + 4.5 \times 2500 = 24350$

$$\therefore \ \text{世帯人員の平均} = \frac{\text{調査世帯の総人員}}{\text{調査世帯数}} = \frac{24350}{8400} = 2.90$$

第 8 問解答（統計学）

問題 1

(1) 信頼区間の下限 $= \bar{x} - t_{0.025}(\infty)\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 7 - 1.960 \cdot \dfrac{4}{5} = \boxed{5.43}$

信頼区間の上限 $= \bar{x} + t_{0.025}(\infty)\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 7 + 1.960 \cdot \dfrac{4}{5} = \boxed{8.57}$

(2) $\mathrm{N}(0,1)$ の上側 $100 \cdot \dfrac{\alpha}{2}$ %点を $u_{\alpha/2}$ ($\geqq 0$) とすると，μ の $100(1-\alpha)$ %信頼区間は $\left[7 - u_{\alpha/2} \cdot \dfrac{4}{5},\ 7 + u_{\alpha/2} \cdot \dfrac{4}{5}\right]$．したがって，$5 < 7 - u_{\alpha/2} \cdot \dfrac{4}{5}$，すなわち，$0 \leqq u_{\alpha/2} < 2.5$．よって，$0.0062 < \dfrac{\alpha}{2} \leqq 0.5000$．以上より．

$$\alpha \text{ の下限} = \boxed{0.012}, \qquad \alpha \text{ の上限} = \boxed{1.000}$$

(3) 標本分散を v^2 とすると

信頼区間の下限 $= \bar{x} - t_{0.025}(24)\dfrac{v}{\sqrt{n}} = 7 - 2.064 \cdot \dfrac{4}{5} = \boxed{5.35}$

信頼区間の上限 $= \bar{x} + t_{0.025}(24)\dfrac{v}{\sqrt{n}} = 7 + 2.064 \cdot \dfrac{4}{5} = \boxed{8.65}$

(4) （ 仮説検定の詳細と検定結果 ）

検定する帰無仮説 H_0 と対立仮説 H_1 は

$$H_0 : \mu = 5 \quad \text{vs.} \quad H_1 : \mu > 5$$

帰無仮説 $H_0 : \mu = 5$ のもとでは

$$T = \frac{\bar{X} - 5}{V/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$$

よって，対立仮説 $H_1 : \mu > 5$ に対しては,

$$T > t_{0.05}(24) = 1.711$$

のとき，H_0 は有意水準 5% で有意となる．実際

$$T = \frac{7-5}{4/5} = 2.5 > 1.711$$

よって，帰無仮説 $H_0 : \mu = 5$ は棄却され，μ は 5 万円より大きいといえる．

第 8 問解答（統計学）

$\boxed{\text{問題 2}}$

(1) $\boxed{(\text{ア})\ \rho = 0}$, $\boxed{(\text{イ})\ n-2}$, $\boxed{(\text{ウ})\ t\ \text{分布}}$

(2) （ 仮説検定の詳細と検定結果 ）

検定する帰無仮説 H_0 と対立仮説 H_1 は

$$H_0 : \rho = 0 \quad \text{vs.} \quad H_1 : \rho \neq 0$$

帰無仮説 $H_0 : \rho = 0$ のもとでは

$$T = \sqrt{n-2}\frac{r}{\sqrt{1-r^2}} \sim t(n-2)$$

よって，対立仮説 $H_1 : \rho \neq 0$ に対しては,

$$|T| > t_{0.025}(23) = 2.069$$

のとき，H_0 は有意水準 5% で有意となる．実際

$$|T| = \frac{0.43\sqrt{23}}{\sqrt{1-0.43^2}} = 2.284 > 2.069$$

よって，帰無仮説 $H_0 : \rho = 0$ は棄却され，販売量と最高気温には相関があるといえる．

(3) $H_0 : \rho = 0$ は

$$|T| = \frac{\sqrt{28}\ |r|}{\sqrt{1-|r|^2}} > t_{0.025}(28) = 2.048$$

のとき棄却される．よって,

$$|r| > \left(1 + \frac{28}{2.048^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = \boxed{0.36}$$

第8問解答（統計学）

問題 3

(ア) 2 ， (イ) 不偏 ， (ウ) 良い推定量 ， (エ) 最尤 ， (オ) 0

(1) μ ， (2) $\frac{1}{4}\sigma^2$ ， (3) $\frac{5}{18}\sigma^2$ ， (4) $\hat{\mu}_1$ ， (5) $\hat{\mu}_2$

(6) $\lambda^n \exp\left\{-\lambda \sum_{i=1}^{n} x_i\right\}$ ， (7) $n \log \lambda - \lambda \sum_{i=1}^{n} x_i$ ， (8) $\dfrac{1}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i}$